

Método de Nelder-Mead (n dimensões) - Downhill Simplex

Daniel Simões¹

¹Affiliation not available

July 20, 2020

Considere $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ a função a ser minimizada. Define-se avaliar um ponto como calcular o valor da função nesse ponto.

1 - Defina $n + 1$ pontos iniciais com n dimensões. $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, em que $1 \leq i \leq n + 1$. Ordene e renomeie de forma que $f(x_1) < f(x_2) < \dots < f(x_{n+1})$.

2 - Calcule o centróide $x_g = (x_{g1}, x_{g2}, \dots, x_{gn})$ dos n pontos com menor avaliação: $x_{gj} \leftarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n+1} x_{ij}$, $1 \leq j \leq n$.

3 - Calcule o ponto de reflexão $x_r = (x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rn})$: $r_{ri} \leftarrow x_{gi} + \alpha (x_{gi} - x_{(n+1)i})$, $1 \leq i \leq n$. Avalie esse ponto: $f(x_r)$.

4 - Se $f(x_1) < f(x_r) \leq f(x_n)$, então faça $x_{(n+1)j} \leftarrow x_{rj}$, $1 \leq j \leq n$. Ordene os pontos por ordem crescente de avaliação e vá para o passo 2.

5 - Se $f(x_r) \leq f(x_1)$, então calcule o ponto de expansão $x_e = (x_{e1}, x_{e2}, \dots, x_{en})$: $x_{ej} \leftarrow x_{rj} + \beta (x_{rj} - x_{gj})$, $1 \leq j \leq n$. Avalie esse ponto: $f(x_e)$.

6 - Se $f(x_e) \leq f(x_r)$, então faça $x_{1j} \leftarrow x_{ej}$ e $x_{ij} \leftarrow x_{(i-1)j}$, $1 \leq j \leq n + 1$, e vá para o passo 2. Senão, faça $x_{1j} \leftarrow x_{rj}$ e $x_{ij} \leftarrow x_{(i-1)j}$, $1 \leq j \leq n + 1$, e vá para o passo 2.

7 - Se $f(x_r) > f(x_n)$, então calcule o ponto de contração $x_c = (x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{cn})$: $x_{cj} \leftarrow x_{gj} + \gamma (x_{(n+1)j} - x_{gj})$, $1 \leq j \leq n$. Avalie esse ponto: $f(x_c)$.

8 - Se $f(x_c) \leq f(x_{n+1})$, então faça $x_{(n+1)j} \leftarrow x_{cj}$, $1 \leq j \leq n$. Ordene os pontos por ordem crescente de avaliação e vá para o passo 2.

9 - Se $f(x_c) > f(x_{n+1})$, então realize uma contração ao longo de todas as dimensões em direção ao ponto x_1 : $x_{ij} \leftarrow x_{ij} + \nu (x_{ij} - x_{1j})$, $2 \leq i \leq n + 1$, $1 \leq j \leq n$. Ordene os pontos por ordem crescente de avaliação e vá para o passo 2.

Valores recomendados: $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0,5$ e $\nu = 0,5$.